PS2315 Octubre-Enero 2014
Tarea 2: Introducción a los Sistemas

La tarea deberá ser entregada el martes 26 al entrar a clases.
Nota: Este trimestre no se aceptarán, bajo ninguna circunstancia, tareas mas allá del período especificado para su entrega.
Leer las secciones: 1.3, 1.4, 1.5, 2.2, 2.3 y 2.4 del libro Texto: Fundamento de señales y Sistemas usando la Web y Matlab. de Edward Kamen y Bonnie S. Heck. Prentice Hall. Tercera edición

Parte I. (Consolidación de Conocimientos)
Los Sistemas pueden ser Algebraicos, Con Memoria, Causales, Lineales, Invariantes en el Tiempo o Estables.

1. Para cada uno de los siguientes sistemas de tiempo continuo con base de tiempo $T = (-\infty, +\infty)$,

$$\begin{aligned} P &: U \to Y \\ y(t) &= P[u](t) \end{aligned}$$

determine las propiedades anteriores:

(a) $y(t) = u(t-2) + u(2-t)$
(b) $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} u(\tau) d\tau$
(c) $y(t) = \left\{ {0,\ u(t)<0 \atop u(t)+u(t-2), u(t) \geq 0} \right\}$
(d) $y(t) = \frac{du(t)}{dt}$
(e) $y(t) = \cos(3t)u(t)$

2. Para cada uno de los siguientes sistemas de tiempo discreto con base de tiempo $T = Z$,

$$\begin{aligned} P &: U \to Y \\ y(k) &= P[u](k) \end{aligned}$$

determine las propiedades anteriores:

(a) $y(k) = u(-k)$
(b) $y(k) = ku(k)$
(c) $y(k) = u(4k+1)$
(d) $y(k) = u(k-2) - 2u(k-8)$
(e) $y(k) = \sum_{\tau=k-k_0}^{k+k_0} u(\tau)$, $k_0 \in Z$ (es fijo).

Parte II. Desarrollo de Habilidades y Extensión de Conocimientos

3. Demuestre que

$$\delta(2\lambda) = \frac{1}{2}\delta(\lambda)$$

con $\lambda \in T$.

4. Investigue sobre: a) definición de un producto interno sobre el espacio lineal de señales complejas $S_e = S_e(T, C)$ y de un ejemplo para el espacio de señales de tiempo continuo donde $T = (-\infty, +\infty)$. b) Defina en terminos generales cuando dos señales $f, g \in S_e(T, C)$ son ortogonales y de un ejemplo para el caso de señales de tiempo continuo, c) Defina en terminos generales cuando dos señales $f, g \in S_e(T, C)$ son ortogonales y de un ejemplo para el caso de señales de tiempo discreto, d) Suponga que se ha definido sosbre $S_e = S_e(T, C)$ un producto interno

$$\langle ., . \rangle : S_e \times S_e \to S_e : (f, g) \to \langle f, g \rangle$$

y en el cual se tiene un conjunto de señales **"ortonormales" y "completo"** $\{f_i\}_{i \in Z}$ en S_e. Entonces toda otra señal $g \in S_e$ existen escalares $\{c_i\}_{i \in Z}$ en C tal que g puede representarse como

$$g(\lambda) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} c_i f_i(\lambda)$$

para $\lambda \in T$. Determine los coeficientes $c_i \in C$ como función de f, f_i y usando el producto interno $\langle ., . \rangle$

5. Determine un modelo en ecuaciones diferenciales del sistema de regulación de glucosa, a partir de la siguiente información biológica. Procure ser lo más descriptivo posible.

   Información fisiológica: Control de la glicemia

   Después de ingerir una comida rica en carbohidratos, se incrementa la concentración de glucosa en el líquido extracelular. Sin embargo, este aumento en la concentración de glucosa es detectado por las células beta del páncreas y hace que este secrete suficiente cantidad de insulina que a su vez promueve el transporte de glucosa a través de las membranas hacia el interior de la célula. Esta glucosa es utilizada en las mitocondrias para generar en ATP. Asi se produce un retorno al valor normal de la concentración de glucosa extracelular. Adicionalmente, cuando el nivel de glucosa en sangre es muy bajo, las células alfa del páncreas elaboran glucagon, el cual moviliza las reservas de glucosa presentes en el hígado (en forma de glucógeno) y libera la glucosa en la sangre (glucogenólisis). También, el glucagón induce (por otros mecanismos) el incremento en la liberación de insulina.

Parte III. Desarrollo de Habilidades Computacionales

1. Desarrolle un algoritmo en Scilab que permita ejecutar el promediador móvil. Las entradas para dicho algoritmo deberan ser M_1, M_2, y la señal $u(\lambda)$. Luego aplique el algoritmo usando cualquier M_1 y M_2,sobre las siguientes funciones:

   (a) $u(t) = \sin(4t)$, Para un tiempo de $0 \leq t \leq 20$

(b) $u(t) = \sin(t) + \frac{1}{4}\sin(50t)$;Para un tiempo de $0 \le t \le 20$

(c) $u(k) = \sin(k) + \frac{1}{4}\cos(5k) + \sin(10k)$;Para un tiempo de $-1 \le k \le 20$

Nota: en los ejercicios (b) y (c), la señal mensaje es $m(\lambda) = \sin(\lambda), \lambda \in T$ respectivamente.

2. El objetivo del siguiente problema es obtener destreza en el manejo de ciertos comandos de Scilab y de garficar señales. (Recuerde que debe entregar copia del programa empleado debidamente comentado e identificado con su nombre y carnet.

(a) Obtenga un gráfico de

$$f(t) = 1 - 2e^{-t}\sin(t)$$

con $t \in T = [0, 8]$.

Etiquete el eje X como "Tiempo, t" y el eje verticakl Y como "Amplitud f", y titulado "Ejemplo de una señal estable: "Exponencial oscilante decreciente"".

(b) Grafique

$$y(k) = 5e^{-0.2k}\cos(0.9k - 30^o) + 0.8e^{-2k}$$

con $k \in T = [0, 30] \subset Z$.

(c) Para $0 \le t \le 10$, grafique las señales

$$\begin{aligned} y(t) &= 1.23\cos(2.83t + 240^o) + 0.625 \\ d(t) &= 0.625 \end{aligned}$$

en una misma gr{afica, y encuentre (usando los respectivos comandos de scilab) $y(0)$ e $y(10)$. Cuidado con los radianes y grados. (Aquí tiene libertad para fijar las etiquetas de los ejes y definir el título.)

(d) Para $0 \le t \le 25$, grafique las señales

$$\begin{aligned} y_1(t) &= 1.25e^{-t} \\ y_2(t) &= 2.02e^{-0.3t} \\ y_3(t) &= 2.02e^{-0.3t}\cos(0.554t - 128^o) + 1.25e^{-t} \end{aligned}$$

sobre un mismo grafo. Limite el eje Y en los valores $[-0.2, +1]$ y el eje X en los valores $[0, 16]$. Y encuentre (usando comandos de Scuilab) los siguientes valores de y_3 : a) $y(t = 0)$, b) $y_{\max}, y_{\min}$ y c) $y(t = 12)$.